

ARITMETIČNO ZAPOREDJE

Razlika med sosednjima členoma je stalna.

$$\text{SPLOŠNI ČLEN: } a_m = a_1 + (m-1)d$$
$$a_m = a_m + (m-m)d$$

$$\text{DIFERENCA (RAZLIKA): } d = a_{m+1} - a_m$$

$$\text{VSOTA } m \text{ ČLENOV: } S_m = \frac{m}{2} (2a_1 + (m-1)d)$$
$$S_m = \frac{m}{2} (a_1 + a_m)$$

$$\text{NALOGE Z } x\text{-i: } a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

(določi x tako, da bodo...)

$$a_7 = a_1 + 6d$$
$$a_7 = a_3 + 4d$$

$7-1=6$

$7-3=4$

1. Dano je aritmetično zaporedje $-3, 2, 7, 12, \dots$. Zapiši splošni člen in poišči osmi, dvajseti in tisoči člen tega zaporedja. Ali sta števili 4987 in 7400 člena danega zaporedja?

$-3, 2, 7, 12$

$+5 \quad +5$

prvi člen a_1

$$a_1 = -3$$
$$d = 5$$

$$\text{SPLOŠNI ČLEN: } a_m = a_1 + (m-1)d$$
$$a_m = -3 + (m-1) \cdot 5$$
$$a_m = -3 + 5m - 5$$
$$\underline{\underline{a_m = 5m - 8}}$$

vstaviš a_1 in d , m ostane

$$a_8 = 5m - 8 = 5 \cdot 8 - 8 = \underline{\underline{32}}$$

$$a_{20} = 5m - 8 = 5 \cdot 20 - 8 = \underline{\underline{92}}$$

$$a_{1000} = 5m - 8 = 5 \cdot 1000 - 8 = \underline{\underline{4992}}$$

znamza5si



$$a_m = 4987$$

$$5m - 8 = 4987$$

$$5m = 4995 / : 5$$

$$m = 999$$

$$\underline{\underline{a_{999} = 4987}}$$

4987 je 999. člen
danega zaporedja.

$$a_m = 7400$$

$$5m - 8 = 7400$$

$$5m = 7408 / : 5$$

$$m = 1481,6 // \underline{\underline{me}}$$

m mora biti naravno
število (1, 2, 3, 4, ...)

7400 ni člen danega zaporedja.

2. Peti člen aritmetičnega zaporedja je $\frac{4}{5}$, trideseti pa $\frac{9}{5}$. Zapiši stoti člen.

$$a_5 = \frac{4}{5}$$

$$a_{30} = \frac{9}{5}$$

majprej zapišeš splošni člen

$$a_m = a_m + (m - m)d$$

$$a_{30} = a_5 + (30 - 5)d$$

$$a_{30} = a_5 + 25d$$

$$\frac{9}{5} = \frac{4}{5} + 25d$$

$$1 = 25d / : 25$$

$$d = \frac{1}{25}$$

$$a_{100} = a_{30} + 70d$$

$$a_{100} = \frac{9}{5} + 70 \cdot \frac{1}{25}$$

$$a_{100} = \underline{\underline{\frac{23}{5}}}$$

3. Poišči prvi člen in diferenco aritmetičnega zaporedja, ki ustreza pogojema: $(a_7 - 1) \cdot a_3 = 30$ in $a_5 + a_8 = 20$.

$$(a_7 - 1) \cdot a_3 = 30 \longrightarrow \text{vse člene izraziš z } a_1 \text{ in } d$$

$$a_5 + a_8 = 20$$

$$a_7 = a_1 + 6d$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

znamza5si
S

$$(a_7 - 1) \cdot a_3 = 30$$

$$(a_1 + 6d - 1) \cdot (a_1 + 2d) = 30$$

$$a_5 + a_8 = 20$$

$$a_1 + 4d + a_1 + 7d = 20$$

$$2a_1 = 20 - 11d / : 2$$

$$a_1 = 10 - \frac{11}{2}d$$

VSTAVIŠ

$$(10 - \frac{11}{2}d + 6d - 1)(10 - \frac{11}{2}d + 2d) = 30$$

$$(9 + \frac{1}{2}d)(10 - \frac{7}{2}d) = 30$$

$$90 - \frac{63}{2}d + 5d - \frac{7}{4}d^2 = 30 \quad / \cdot 4$$

$$360 - 126d + 20d - 7d^2 = 120$$

$$-7d^2 - 106d + 240 = 0$$

$\begin{matrix} a & b & c \end{matrix}$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac = (-106)^2 - 4 \cdot (-7) \cdot 240 = 17956$$

VSTAVIŠ $\rightarrow a_1 = 10 - \frac{11}{2}d$

$$d_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{106 \pm 134}{2 \cdot (-7)} \rightarrow \underline{d_1 = -\frac{120}{7}}, \underline{a_1 = \frac{730}{7}}$$

$$\underline{d_2 = 2}, \underline{a_1 = -1}$$

znamza5si

4. Med števili 55 in 139 vrni šest števil tako, da nastane končno aritmetično zaporedje. Zapiši člene zaporedja.

$$55 \quad _ \quad _ \quad _ \quad _ \quad _ \quad 139$$

$a_1 \qquad \qquad \qquad a_8$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$139 = 55 + 7d$$

$$84 = 7d \quad / : 7$$

$$d = 12$$

d lahko izračunaš tudi s formulo
a, b - števili med kateri vrneš
n - število vrinjenih členov

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

$$\underline{55, \overset{+12}{67}, \overset{+1}{79}, 91, 103, 115, 127, 139}$$

5. Izračunaj x, da bodo $2x-1$, $3x+2$ in $6x+1$ prvi trije členi aritmetičnega zaporedja. Izračunaj peti člen tega zaporedja.

$$\begin{matrix} 2x-1, & 3x+2, & 6x+1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{matrix}$$

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$6x+1 - (3x+2) = 3x+2 - (2x-1)$$

$$6x+1 - 3x-2 = 3x+2 - 2x+1$$

$$2x = 4 \quad / : 2$$

$$\underline{x = 2}$$

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 2x - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \\ a_2 &= 3x + 2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8 \\ a_3 &= 6x + 1 = 6 \cdot 2 + 1 = 13 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} +5 \\ +5 \end{array} \right\}$$

$$3, 8, 13, 18, 23$$

$$\underline{\underline{a_5 = 23}}$$

6. Določi x tako, da bo zaporedje $5, \log_2(x+6), \log_2(x-2)$ aritmetično.

$$5, \log_2(x+6), \log_2(x-2)$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3$$

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$\begin{aligned} \log_2(x-2) - \log_2(x+6) &= \log_2(x+6) - 5 \\ \log_2(x-2) - \log_2(x+6) - \log_2(x+6) &= -5 \end{aligned}$$

$$\log_2(x-2) - 2\log_2(x+6) = -5$$

$$\log_2(x-2) - \log_2(x+6)^2 = -5$$

$$\log_2 \frac{x-2}{(x+6)^2} = -5$$

$$2^{-5} = \frac{x-2}{(x+6)^2}$$

$$\frac{1}{32} = \frac{x-2}{x^2+12x+36} \quad / \cdot 32(x^2+12x+36)$$

$$x^2 + 12x + 36 = 32(x-2)$$

$$x^2 + 12x + 36 = 32x - 64$$

$$x^2 - 20x + 100 = 0$$

$$(x-10)(x-10) = 0$$

$$\underline{\underline{x = 10}}$$

PREIZKUS:

$$\log_2(x-2) - \log_2(x+6) = \log_2(x+6) - 5$$

$$\log_2 8 - \log_2 16 = \log_2 16 - 5$$

$$\log_2 2^3 - \log_2 2^4 = \log_2 2^4 - 5$$

$$3 - 4 = 4 - 5$$

$$-1 = -1 \quad \checkmark$$

Pri logaritmskih enačbah je preizkus obvezen.

$$\begin{aligned} \log x - \log y &= \log \frac{x}{y} \\ n \log x &= \log x^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log a b &= c \\ a^c &= b \end{aligned}$$

znamza5si



7. Drugi člen aritmetičnega zaporedja je 639, peti pa 378. Izračunaj vsoto prvih 99 členov.

$$a_2 = 639$$

$$a_5 = 378$$

$$a_5 = a_2 + 3d$$

$$378 = 639 + 3d$$

$$-261 = 3d \quad |:3$$

$$d = -87$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$639 = a_1 - 87$$

$$a_1 = 726$$

$$S_m = \frac{m}{2} (2a_1 + (m-1)d)$$

$$S_m = \frac{m}{2} (2a_1 + (m-1)d)$$

$$S_{99} = \frac{99}{2} (2 \cdot 726 + 98 \cdot (-87)) = \underline{\underline{-350163}}$$

znamza5si



8. Reši enačbo $140 + \underbrace{147}_{+7} + \underbrace{154}_{+7} + \dots + x = 4130$.

$$a_1 = 140$$

$$d = 7$$

$$S_m = 4130$$

poiskati moram m , da ugotovim koliko členov je sešteti (x je zadnji člen te vsote)

$$S_m = \frac{m}{2} (2a_1 + (m-1)d)$$

$$4130 = \frac{m}{2} (2 \cdot 140 + (m-1) \cdot 7)$$

$$4130 = \frac{m}{2} (280 + 7m - 7) \quad |:2$$

$$8260 = m(280 + 7m - 7)$$

$$8260 = 280m + 7m^2 - 7m$$

$$0 = 7m^2 + 273m - 8260 \quad |:7$$

$$0 = m^2 + 39m - 1180$$

$$0 = (m+59)(m-20)$$

$$m_1 = -59, m_2 = 20$$

$$m \in \mathbb{N}$$

x je 20. člen zaporedja

$$x = a_1 + 19d$$

$$x = 140 + 19 \cdot 7 = \underline{\underline{273}}$$

9. V aritmetičnem zaporedju je prvi člen enak 2, m -ti člen je enak 302, vsota prvih m členov pa je enaka 15352. Izračunaj število m in diferenco d tega zaporedja.

$$a_1 = 2$$

$$a_m = 302$$

$$S_m = 15352$$

$$S_m = \frac{m}{2} (a_1 + a_m)$$

VSTAVIŠ IN IZRAČUNAŠ m

$$S_m = \frac{m}{2} (a_1 + a_m)$$

$$15352 = \frac{n}{2} (2 + 302)$$

$$15352 = \frac{n}{2} \cdot 304$$

$$15352 = 152n \quad /: 152$$

$$\underline{n = 101}$$

$$a_n = 302$$

$$a_{101} = 302$$

$$a_{101} = a_1 + 100d$$

$$302 = 2 + 100d$$

$$300 = 100d \quad /: 100$$

$$\underline{\underline{d = 3}}$$

10. Med števili 36 in 506 vrnememo nekaj števil tako, da nastane končno aritmetično zaporedje s prvim členom 36 in zadnjim členom 506. Vsota vseh členov nastalega zaporedja je 13008. Koliko števil smo vrnili?

$$a_1 = 36$$

$$a_n = 506$$

$$S_n = 13008$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$13008 = \frac{n}{2} (36 + 506)$$

$$13008 = \frac{n}{2} \cdot 542$$

$$13008 = 271n \quad /: 271$$

$$n = 48$$

znamza5si



vseh členov je 48 $\rightarrow$ skupaj z a_1 in a_n

vrnili smo 46 števil

Več rešenič malog majdeš
v knjigi za 4. letnik.

