SPOMLADANSKI ROK 2025

IZPITNA POLA 1

A-KRATKE NALOGE

1. Izraz $\frac{(a^3)^2}{a^8}$ zapišite v obliki a^m, kjer je m celo število.

$$\frac{(a^3)^2}{a^8} = \frac{a^6}{a^8} = a^{6-8} = \underline{\underline{a^{-2}}}$$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$

2. Rešite enačbo $2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 54$.

$2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x = 54 \quad / : 2$

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$

$(3^{-1})^x = 3^3$

$3^{-x} = 3^3$

$-x = 3 \quad / \cdot (-1)$

$\underline{\underline{x = -3}}$

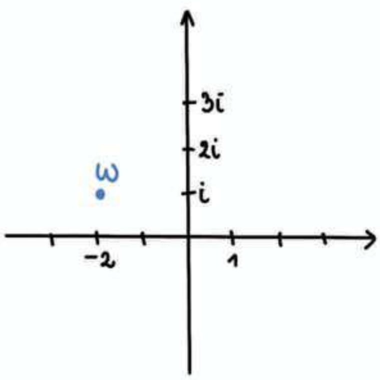
$\frac{1}{a} = a^{-1}$

3. Naj bo $z = 4 - i$. Z računom pokažite, da je število $\omega = \frac{1}{4}\bar{z} - \frac{3}{4}z$ enako $\omega = -2 + i$. Število ω predstavite v kompleksni ravnini.

$z = 4 - i$

$\omega = \frac{1}{4}\bar{z} - \frac{3}{4}z = \frac{1}{4}(4+i) - \frac{3}{4}(4-i) =$

$= 1 + \frac{1}{4}i - 3 + \frac{3}{4}i = \underline{\underline{-2+i}}$



$z = a + bi$
$\bar{z} = a - bi$

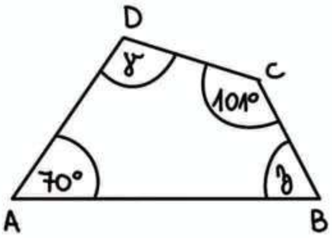
4. Izračunajte abscisi presečišč premice $y=2x$ in krožnice $x^2+y^2=5$.

$y=2x$ $\quad$ $x^2+y^2=5$

VSTAVIŠ

$$x^2+(2x)^2=5$$
$$x^2+4x^2=5$$
$$5x^2-5=0 \quad /:5$$
$$x^2-1=0$$
$$(x+1)(x-1)=0$$
$$\underline{\underline{x_1=-1,\ x_2=1}}$$

5. Na skici spodaj je štirikotnik ABCD. Izračunajte kota β in γ, če je $\gamma=2\beta$.



$\gamma=2\beta$

Vsota kotov v štirikotniku je 360°.

$$70°+\beta+101°+\gamma=360°$$
$$171°+\beta+2\beta=360°$$
$$3\beta=189 \quad /:3$$
$$\underline{\underline{\beta=63°}}$$

$$\gamma=2\cdot 63°=\underline{\underline{126°}}$$

6. Izračunajte nedoločeni integral $\int(4+x^2+\sin x)\,dx$.

$$\int(4+x^2+\sin x)\,dx=\underline{\underline{4x+\frac{x^3}{3}-\cos x+C}}$$

$$\boxed{\begin{gathered}\int 1\,dx=x+C\\ \int x^m\,dx=\frac{x^{m+1}}{m+1}+C\\ \int\sin x\,dx=-\cos x\end{gathered}}$$

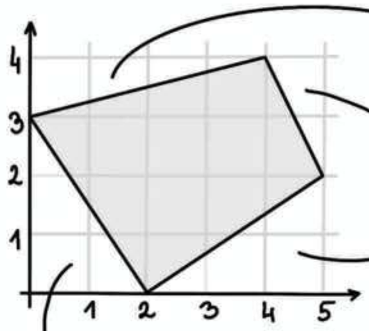
7. Izračunajte površino enakostraničnega valja s polmerom osnovne ploskve $r=3$.

$r=3$

$v=2r=6$

$$P=2\pi r^2+2\pi rv=2\pi\cdot 3^2+2\pi\cdot 3\cdot 6=\underline{54\pi}$$

8. Izračunajte ploščino osenčenega lika na sliki.



$S_2 = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2$

$S_3 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$

$S_4 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$

$S_1 = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$

od ploščine pravokotnika $S_p = 5 \cdot 4 = 20$ odštej ploščine štirih pravokotnih Δ

$S = 20 - 3 - 2 - 1 - 3 = \underline{\underline{11}}$

znamza5si

B-KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE

1. Naj bo A množica vseh praštevil, manjših od 20, B množica vseh deliteljev števila 12 in C množica vseh večkratnikov števila 3, manjših od 20. Zapišite množice A, B, C, $A \cap B$ in $B \cup C$.

$\underline{\underline{A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}}}$

$\underline{\underline{B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}}}$

$\underline{\underline{C = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}}}$

$\cap$ – presek (skupni)
$\cup$ – unija (vsi)

$A \cap B = \underline{\underline{\{2, 3\}}}$

$B \cup C = \underline{\underline{\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 15, 18\}}}$

2. Izračunajte diskriminante in poiščite vse rešitve kvadratnih enačb. Rezultate zapišite v preglednico.

ENAČBA	DISKRIMINANTA	REŠITVE ENAČBE
$x^2 - 6x + 9 = 0$	0	$x_{1,2} = 3$
$x^2 - 3x - 10 = 0$	49	$x_1 = 5,\ x_2 = -2$
$x^2 - 6x + 10 = 0$	-4	$x_{1,2} = 3 \pm i$

$\underset{a}{1}x^2 - \underset{b}{6}x + \underset{c}{9} = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = \underline{\underline{0}}$ $\qquad x_{1,2} = \frac{6 \pm 0}{2 \cdot 1} = \underline{\underline{3}}$

$\underset{a}{1}x^2 - \underset{b}{3}x - \underset{c}{10} = 0$

$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = \underline{\underline{49}}$ $\qquad x_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{2 \cdot 1} \longrightarrow \underline{\underline{x_1 = 5, x_2 = -2}}$

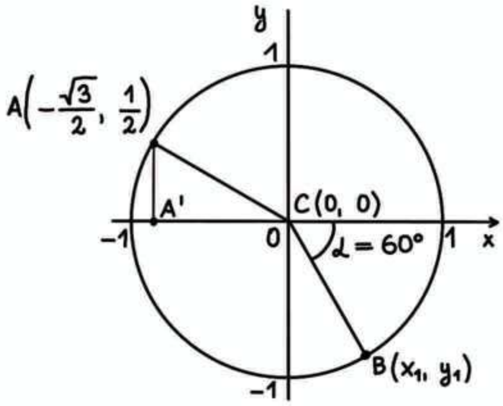
$\underset{a}{1}x^2 - \underset{b}{6}x + \underset{c}{10} = 0$

$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = -4$

$\sqrt{-4} = 2i$

$x_{1,2} = \frac{6 \pm 2i}{2 \cdot 1} = \frac{\cancel{2}(3 \pm i)}{\cancel{2}} = \underline{\underline{3 \pm i}}$

3. Na sliki je narisana krožnica s središčem v izhodišču koordinatnega sistema in polmerom 1. Točki A in B ležita na krožnici, točka A' je pravokotna projekcija točke A na abscisno os, točka C pa izhodišče koordinatnega sistema.
Izračunajte natančni vrednosti neznanih koordinat x_1 in y_1 točke B na sliki.
Natančno izračunajte obseg in ploščino trikotnika $\Delta CAA'$.



$x = \cos\varphi$

$y = \sin\varphi$

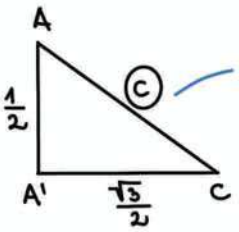
$\varphi = 360° - \alpha = 300°$

$x_1 = \cos 300° = \frac{1}{2}$

$y_1 = \sin 300° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\underline{\underline{B\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}}$

pazi kot



uporabiš Pitagorov izrek

$a = \frac{1}{2}$
$b = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$c^2 = a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1$
$c = 1$

$o = a + b + c = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \underline{\underline{\frac{3+\sqrt{3}}{2}}}$

$S = \frac{ab}{2} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{8}}}$

4. Naj bosta $a = \log_5 2$ in $b = \log_5 3$. Logaritme $\log_5 6$, $\log_5 2\sqrt{3}$ in $\log_5 0,\overline{3}$ izrazite z a in b.

$a = \log_5 2$
$b = \log_5 3$

$$\boxed{\begin{array}{l} \log(xy) = \log x + \log y \\ \log x^m = m \log x \end{array}}$$

$\log_5 6 = \log_5 (2\cdot 3) = \log_5 2 + \log_5 3 = \underline{\underline{a+b}}$

$\log_5 2\sqrt{3} = \log_5 2 + \log_5 \sqrt{3} = \log_5 2 + \log_5 3^{\frac{1}{2}} = \log_5 2 + \frac{1}{2}\log_5 3 = \underline{\underline{a + \frac{1}{2}b}}$

$\log_5 0,\overline{3} = \log_5 \frac{1}{3} = \log_5 3^{-1} = -1\log_5 3 = \underline{\underline{-b}}$

5. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$. Izračunajte stacionarni točki funkcije f. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije f v točki z absciso -2.

$f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

STACIONARNE TOČKE: odvajaš in odvod enačiš z 0

$f'(x) = \frac{2x(x-2) - 1x^2}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x^2}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$

$x^2 - 4x = 0$
$x(x-4) = 0$
$\underline{\underline{x_1 = 0,\ x_2 = 4}}$

$x_0 = -2$
$y_0 = \frac{(-2)^2}{-2-2} = -1$

$T_0(-2, -1)$

TANGENTA: $f'(x_0) = k$

$f'(-2) = \frac{(-2)^2 - 4\cdot(-2)}{(-2-2)^2} = \frac{3}{4}$

$y - y_0 = k(x - x_0)$
$y + 1 = \frac{3}{4}(x+2)$
$y + 1 = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$
$\underline{\underline{y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}}}$

6. Premica z enačbo $y=2x$ je asimptota hiperbole s središčem v točki $S(0,0)$. Gorišči hiperbole ležita na abscisni osi, točka $A(\sqrt{6}, 2\sqrt{3})$ pa leži na hiperboli. Zapišite enačbo hiperbole.
Dano hiperbolo prezrcalimo preko simetrale lihih kvadrantov. Zapišite enačbo prezrcaljene hiperbole.

$y=2x$ $\quad A(\sqrt{6}, 2\sqrt{3})$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$y=\pm\frac{b}{a}x$

$y=\pm\frac{b}{a}x$

$\frac{b}{a}=2$

$b=2a$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{6}{a^2}-\frac{(2\sqrt{3})^2}{(2a)^2}=1$

$\frac{6}{a^2}-\frac{12}{4a^2}=1 \;/\cdot 4a^2$

$24-12=4a^2$

$12=4a^2 \;/:4$

$a^2=3 \;/\sqrt{\ }$

$a=\sqrt{3} \qquad b=2a=2\sqrt{3}$

$b^2=12$

$$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{12}=1$$

prezrcaljena hiperbola → zamenjata se a in b, gorišči na y osi

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$

$a^2=12$

$b^2=3$

$$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{3}=-1$$

znamzapet 5

IZPITNA POLA 2

A-KRATKE NALOGE

1. Določite tako realno število m, da bo premica $y=-\frac{1}{2}x+m$ sekala abscisno os pri 5.

$y=-\frac{1}{2}x+m$

$A(5,0)$ (x, y)

$0=-\frac{1}{2}\cdot 5+m$

$0=-\frac{5}{2}+m$

$$m=\frac{5}{2}$$

2. Novakovi imajo vrt pravokotne oblike, dolg 10 m in širok 8 m. Vrt bodo po dolžini povečali za 12 %, po širini pa zmanjšali za 8 %. Kakšne bodo dimenzije novega vrta? Za koliko kvadratnih metrov se bo spremenila površina njihovega vrta? Rezultate zapišite v spodnjo preglednico.

NOVA DOLŽINA	11,2 m
NOVA ŠIRINA	7,36 m
SPREMEMBA POVRŠINE	2,432 m²

$a = 10\,m$

$b = 8\,m$

$S = ab = 10 \cdot 8 = 80\,m^2$

$a_1 = 112\%\, a = \frac{112}{100} \cdot 10\,m = \underline{\underline{11{,}2\,m}}$

$100 + 12$

$S_1 = a_1 b_1 = 11{,}2 \cdot 7{,}36 = 82{,}432\,m^2$

$b_1 = 92\%\, b = \frac{92}{100} \cdot 8\,m = \underline{\underline{7{,}36\,m}}$

$100 - 8$

$\Delta S = S_1 - S = \underline{\underline{2{,}432\,m^2}}$

3. V avtomobilskem salonu so v prvih štirih mesecih leta prodali povprečno 5,5 avtomobila na mesec, do konca leta pa še 62 avtomobilov. Izračunajte, kolikšno je bilo mesečno povprečje prodanih avtomobilov v tem salonu.

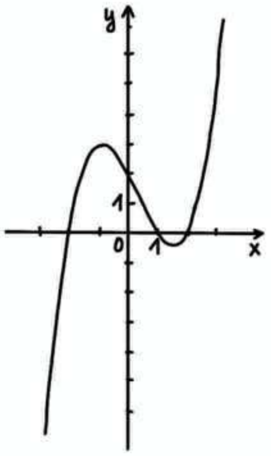
4 meseci: 5,5/mesec

8 mesecev: 62 avtomobilov

$\bar{x} = \frac{4 \cdot 5{,}5 + 62}{12} = \underline{\underline{7}}$

$8+4$

4. Na sliki je graf polinoma tretje stopnje. Odgovorite na zastavljena vprašanja tako, da obkrožite črko pred pravilnim odgovorom.



Koliko ničel ima polinom?

seka x os

A Nič.

B Eno.

C Dve.

D Tri.

Kakšen je predznak vodilnega koeficienta?

(A) Pozitiven.
B Negativen.

začne se desno zgoraj ↙

Koliko stacionarnih točk ima?

A Nič.
B Ena.
(C) Dve.
D Tri.

max, min ∩ ∪

5. Na koliko načinov lahko v razredu s 24 dijaki izberemo tričlansko delegacijo?

$n = \binom{24}{3} = \underline{\underline{2024}}$

6. Zapišite odvode funkcij: $f(x) = -3x^2$, $g(x) = \cos x$, $h(x) = 2e^x$.

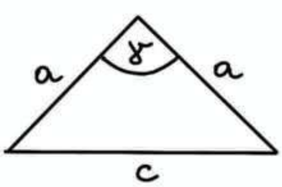
$f(x) = -3x^2$ $\quad f'(x) = -3 \cdot 2x^1 = \underline{\underline{-6x}}$ $\quad (x^n)' = nx^{n-1}$

$g(x) = \cos x$ $\quad g'(x) = \underline{\underline{-\sin x}}$ $\quad (\cos x)' = -\sin x$

$h(x) = 2e^x$ $\quad h(x) = \underline{\underline{2e^x}}$ $\quad (e^x)' = e^x$

7. Na stotinko stopinje natančno izračunajte največji kot enakokrakega trikotnika ΔABC z osnovnico $c = |AB| = 10$ cm in krakoma $a = |AC| = |BC| = 7$ cm.

$c = |AB| = 10$ cm
$a = |AC| = |BC| = 7$ cm



Največji kot leži nasproti najdaljše stranice.

dane so vse tri stranice → KOSINUSNI IZREK

$$\cos\gamma = \frac{a^2+a^2-c^2}{2aa} = \frac{7^2+7^2-10^2}{2\cdot7\cdot7} = -\frac{1}{49}$$

$\underline{\underline{\gamma = 91{,}17°}}$

8. V geometrijskem zaporedju sta $a_1=4$ in $a_4=\frac{15}{4}$. Izračunajte količnik zaporedja.

$a_1=4$
$a_4=\frac{15}{4}$

$a_4 = a_1 k^3$

$\frac{15}{4} = 4k^3 \quad /:4$

$k^3 = \frac{15}{16} \quad /\sqrt[3]{\ }$

$\underline{\underline{k = \sqrt[3]{\frac{15}{16}}}}$

$a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$

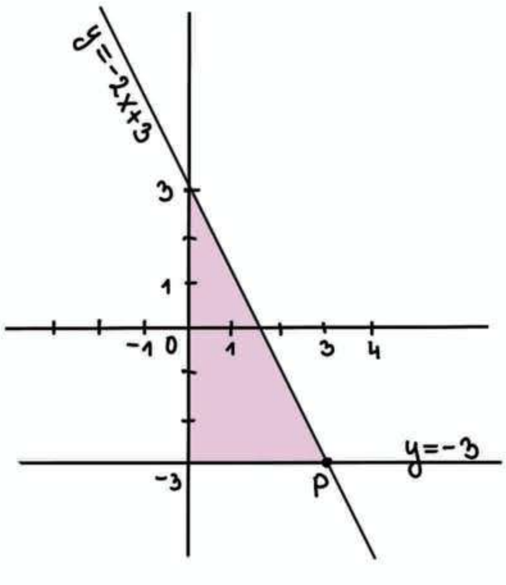
B-KRAJŠE STRUKTURIRANE NALOGE

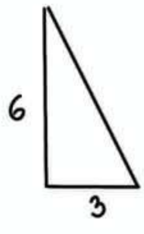
1. Narišite premici z enačbama $y=-3$ in $y=-2x+3$ ter izračunajte ploščino trikotnika, ki ga premici oklepata z ordinatno osjo.

$y=-3$

$y=-2x+3$

x	y
-1	5
0	3
1	1
2	-1



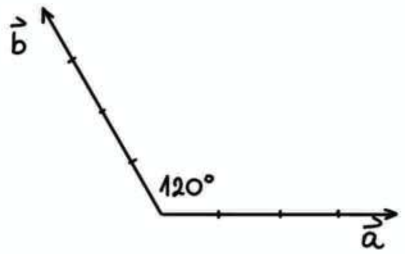


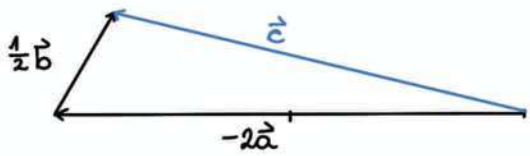
$S = \frac{6\cdot3}{2} = \underline{\underline{9}}$

$-2x+3=-3$
$-2x=-6$
$x=3 \longrightarrow P(3,-3)$

znamza5.si

2. Vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ na spodnji sliki sta dolga 4 enote, kot med njima pa je $120°$. Skicirajte vektor $\vec{c} = -2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ter izračunajte skalarna produkta $\vec{a}\cdot\vec{b}$ in $\vec{a}\cdot\vec{c}$.





$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 4$

$\varphi = 120°$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi = 4\cdot 4\cos 120° = \underline{\underline{-8}}$

$\vec{a}\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot(-2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}) = -2\vec{a}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{a}\vec{b} = -2\cdot 4\cdot 4\cos 0° + \frac{1}{2}\cdot(-8) = \underline{\underline{-36}}$

3. Dvakrat zapored vržemo pošteno igralno kocko. Izračunajte verjetnosti dogodkov:

A – obakrat je padla šestica,

B – vsaj enkrat je padla šestica,

C – po obeh metih je vsota pik največ 5.

$n = 6\cdot 6 = 36$ – vse možnosti

A: $m = 1\cdot 1 = 1$ $\quad P(A) = \underline{\underline{\frac{1}{36}}}$

B: 61 62 63 64 65 66

16 26 36 46 56 $\quad m = 11$ $\quad P(B) = \underline{\underline{\frac{11}{36}}}$

C: 11 12 13 14

21 22 23

31 32

41 $\quad P(C) = \frac{10}{36} = \underline{\underline{\frac{5}{18}}}$

4. Stranice trikotnika ABC tvorijo aritmetično zaporedje z diferenco 3. Izračunajte in zapišite dolžine stranic trikotnika ABC, če je njegov obseg enak 30. Na minuto natančno izračunajte še velikost največjega kota trikotnika ABC.

$d = 3$

$a_1 + a_2 + a_3 = 30$

$$a_m = a_1 + (m-1)d$$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 30$

$3a_1 + 3d = 30$

$3a_1 + 3 \cdot 3 = 30$

$3a_1 + 9 = 30$

$3a_1 = 21 \;/:3$

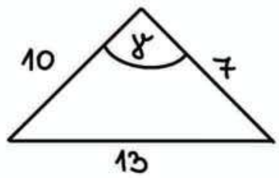
$a_1 = 7$

$a_1 = \underline{\underline{7}}$ $+3$

$a_2 = \underline{\underline{10}}$ $+3$

$a_3 = \underline{\underline{13}}$

Največji kot leži nasproti najdaljši stranici. Uporabiš kosinusni izrek.



$$\cos\gamma = \frac{10^2 + 7^2 - 13^2}{2 \cdot 10 \cdot 7} = -\frac{1}{7}$$

$$\underline{\underline{\gamma = 98°13'}}$$

5. Vsaka od funkcij v preglednici ima natanko eno od naštetih lastnosti. Obkrožite jo. Primer v prvi vrstici je rešen.

FUNKCIJSKI PREDPIS	LASTNOST FUNKCIJE			
$f(x) = x^2 \sin x$	soda	liha	naraščajoča	padajoča
$g(x) = 2^{-x}$	soda	liha	naraščajoča	padajoča
$h(x) = \cos x$	soda	liha	naraščajoča	padajoča
$t(x) = \log_2 x$	soda	liha	naraščajoča	padajoča
$u(x) = \lvert x \rvert - 1$	soda	liha	naraščajoča	padajoča
$v(x) = x + \cos x$	soda	liha	naraščajoča	padajoča

SODA: $f(-x) = f(x)$

LIHA: $f(-x) = -f(x)$

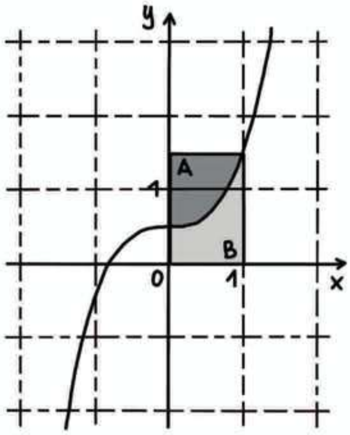
$\sin x$, $\tan x$, $\cot x$ – lihe

$\cos x$ – soda

\ padajoča

/ naraščajoča

6. V koordinatnem sistemu je narisana krivulja z enačbo $y=x^3+a$. Označeni območji A in B v pravokotniku imata enako ploščino. Izračunajte a.



$y=x^3+a$

PLOŠČINA PRAVOKOTNIKA: $S_P = 1 \cdot (a+1)$

PLOŠČINA B: $S_B = \frac{a+1}{2}$

$$S_B = \int_0^1 (x^3+a)\,dx = \frac{a+1}{2}$$

$$\left(\frac{x^4}{4}+ax\right)\Big|_0^1 = \frac{a+1}{2}$$

$$\frac{1}{4}+a = \frac{a+1}{2} \quad / \cdot 4$$

$$1+4a = 2a+2$$

$$2a = 1 \quad / : 2$$

$$\underline{\underline{a = \frac{1}{2}}}$$