

SPOMLADANSKI ROK 2025

1. DEL

1. Naj bosta a in b pozitivni realni števili. Obkrožite DA, če je zapisana trditev pravilna, in NE, če je trditev napačna.

$$\left(2 + \frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{2} + 2$$

DA

NE

$$\frac{3}{a} + \frac{4}{b} = \frac{7}{a+b}$$

DA

NE

$$\sqrt{a^2+b^2} = a+b$$

DA

NE

$$\sqrt[3]{4a} = \sqrt[4]{a}$$

DA

NE

znamza5si



$$\left(2 + \frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{a} + \frac{4}{b} = \frac{3b+4a}{ab}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[3]{4a} = \sqrt[3 \cdot 4]{a} = \sqrt[12]{a}$$

2. Izračunajte, v kateri točki se sekata premici dani z enačbama $y = -2x + 7$ in $x - 2y - 6 = 0$.

$$y = -2x + 7$$

$$x - 2y - 6 = 0$$

$$-2y = -x + 6 \quad /: (-2)$$

$$y = \frac{x}{2} - 3$$

VSTAVIŠ

PRESEČIŠČE: $y = y$

$$-2x + 7 = \frac{x}{2} - 3 \quad / \cdot 2$$

$$-4x + 14 = x - 6$$

$$-5x = -20 \quad /: (-5)$$

$$x = 4$$

$$y = -2 \cdot 4 + 7 = -1$$

P(4, -1)

3. V posodi je 0,6 kg raztopine, ki vsebuje 8% soli. Izračunajte količino soli v raztopini.

Nika bo v posodo dolila destilirano vodo, tako da se bo količina raztopine povečala za 5%. Izračunajte, koliko odstotkov soli bo v raztopini potem, ko bo Nika dolila destilirano vodo.

0,6 kg \rightarrow 8% soli

$$8\% \text{ od } 0,6 \text{ kg} = \frac{8}{100} \cdot 0,6 = \underline{0,048 \text{ kg}}$$

količina soli v raztopini

poveča se za 5%: $5\% \text{ od } 0,6 \text{ kg} = \frac{5}{100} \cdot 0,6 = 0,03 \text{ kg}$

$$0,6 \text{ kg} + 0,03 \text{ kg} = \underline{0,63 \text{ kg}}$$

nova količina raztopine soli je še vedno 0,048 kg

$$\frac{\text{del}}{\text{celota}} = \frac{0,048}{0,63} = 0,076 = \underline{7,6\%}$$

$\cdot 100$

4. Vesma je na list papirja napisala naravno število. Če od kvadrata tega števila odštejemo 20, dobimo osemkratnik števila, ki ga je napisala Vesma. katero naravno število je napisala Vesma?

Kvadrat - 20 = osemkratnik

$$m^2 - 20 = 8m$$

$$m^2 - 8m - 20 = 0$$

$$(m - 10)(m + 2) = 0$$

$$m_1 = 10, m_2 = -2$$

mi naravno število

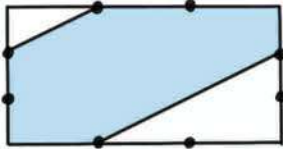
naravna števila: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

$m = 10$

Napisala je število 10.



5. Na sliki je skica pravokotnika z dolžino stranic 24 cm in 9 cm. Vsaka stranica tega pravokotnika je z dvema točkama razdeljena na tri enake dele. Izračunajte ploščino osencenega dela pravokotnika.

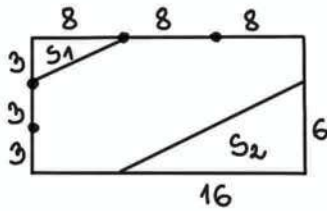


$$a = 24 \text{ cm}$$

$$b = 9 \text{ cm}$$

$$S = a \cdot b = 24 \cdot 9 = 216 \text{ cm}^2$$

celi pravokotnik



$$S_1 = \frac{8 \cdot 3}{2} = 12 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

$$S' = S - S_1 - S_2 = 216 - 12 - 48 = \underline{\underline{156 \text{ cm}^2}}$$

6. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_m = m \cdot (-1)^m$. Zapišite prve štiri člene zaporedja. Izračunajte vsoto prvih petih členov zaporedja. Izračunajte vrednost izraza $2a_4 - a_{99}$.

$$a_m = m \cdot (-1)^m$$

vstaviš 1, 2, 3, 4 namesto m

$$a_1 = 1 \cdot (-1)^1 = \underline{\underline{-1}}$$

$$a_3 = 3 \cdot (-1)^3 = \underline{\underline{-3}}$$

$$a_2 = 2 \cdot (-1)^2 = \underline{\underline{2}}$$

$$a_4 = 4 \cdot (-1)^4 = \underline{\underline{4}}$$

$$a_5 = 5 \cdot (-1)^5 = \underline{\underline{-5}}$$

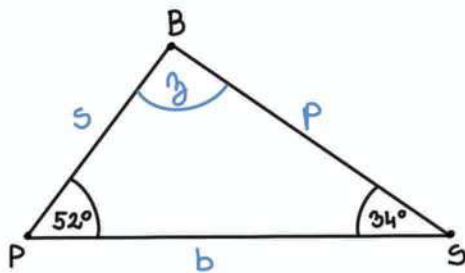
$$S_5 = -1 + 2 - 3 + 4 - 5 = \underline{\underline{-3}}$$

$$a_{99} = 99 \cdot (-1)^{99} = \underline{\underline{-99}}$$

$$2a_4 - a_{99} = 2 \cdot 4 - (-99) = \underline{\underline{107}}$$

znamza5si
S

7. Primož in Sonja stojita na večjem travniku, tako da je razdalja med njima 350m, in opazujeta balon na vroči zrak, ki leti nad travnikom. Primož opazuje balon pod kotom 52° , Sonja pa pod kotom 34° . Opazovanje balona prikazuje slika, na kateri točka P označuje položaj Primoža, točka S položaj Sonje in točka B položaj balona. Izračunajte oddaljenost balona od Sonje v trenutku opazovanja.



$$b = 350\text{m}$$

vsota kotov v Δ je 180°

$$\gamma = 180^\circ - 52^\circ - 34^\circ = 94^\circ$$

$$\frac{b}{\sin \gamma} \neq \frac{p}{\sin 52^\circ}$$

$$b \sin 52^\circ = p \sin \gamma \quad /: \sin \gamma$$

$$p = \frac{b \sin 52^\circ}{\sin \gamma} = \frac{350 \sin 52^\circ}{\sin 94^\circ} = \underline{\underline{276,5\text{m}}}$$

SINUSNI IZREK

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

stranica
nasprotni kot

8. Izračunajte odvode funkcij.

$$f_1(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

$$f_1'(x) = -3x^{-3-1} = \underline{\underline{-3x^{-4}}}$$

$$f_2(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$$f_2'(x) = \frac{1}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = \underline{\underline{\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}}}$$

znamza5si

$$(x^m)' = m x^{m-1}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$f_3(x) = \ln(3x)$$

$$f_3'(x) = \frac{1}{3x} \cdot (3x)' = \frac{1}{3x} \cdot 3 = \underline{\underline{\frac{1}{x}}}$$

$$(f \cdot g)' = f'g + fg'$$

$$f_4(x) = \sin x \cdot e^x$$

$$f_4'(x) = (\sin x)'e^x + \sin x(e^x)' = \cos x e^x + \sin x e^x = \underline{\underline{e^x(\cos x + \sin x)}}$$

9. Izračunajte, pod kolikšnim kotom seka graf polinoma $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ absciso os.

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 6$$

$$\begin{aligned} \text{NIČLE: } x^3 - 3x^2 + 2x - 6 &= 0 \\ x^2(x-3) + 2(x-3) &= 0 \\ (x-3)(x^2+2) &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ODVOD: } p'(x) &= 3x^2 - 3 \cdot 2x + 2 \cdot 1 - 0 = \\ &= 3x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

$$p'(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 2 = 11 = k$$

$$\tan \varphi = k$$

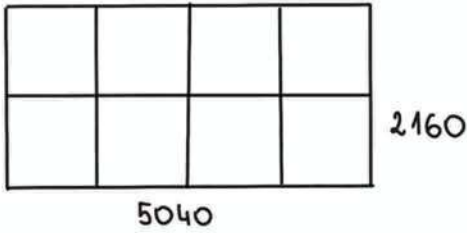
$$\begin{aligned} \tan \varphi &= 11 \\ \varphi &= \underline{\underline{84,8^\circ}} \end{aligned}$$

znamza5si
S

10. Miha dela v sadovnjaku, kjer so pravkar kupili traktorsko prikolico z nosilnostjo 5t, dolgo $d = 5040$ mm, široko $\check{s} = 2160$ mm in visoko $n = 1200$ mm. Odločil se je, da bo izdelal enake zaboje za jabolka, ki bodo visoki 400 mm, dno zaboja pa bo imelo obliko največjega možnega kvadrata, tako da bo dno prikolice mogoče povsem prekriti z izdelanimi zaboji. Izračunajte dolžino stranice dna zaboja. Najmanj koliko zabojev lahko Miha maloži na prikolico, da bo dno prikolice povsem zapolnjeno?

$$\begin{aligned} d &= 5040 \text{ mm} \\ \check{s} &= 2160 \text{ mm} \\ n &= 1200 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$n' = 400 \text{ mm}$$



poiščeš največji skupni delitelj števil 5040 in 2160

$$5040 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$2160 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$D(2160, 5040) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$$

stranica kvadrata

$$\underline{\underline{a = 720 \text{ mm}}}$$

$$5040 : 720 = 7 - \text{po dolžini}$$

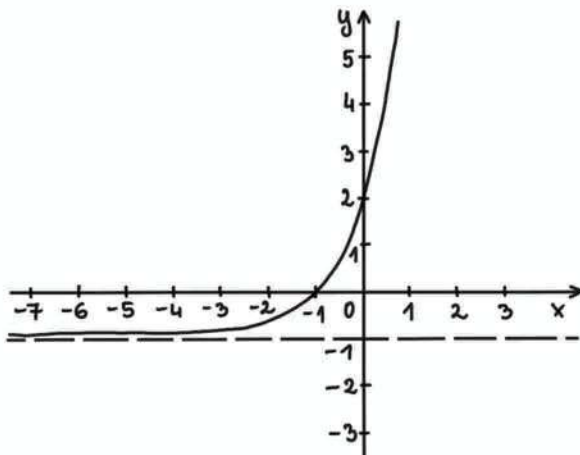
$$2160 : 720 = 3 - \text{po širini}$$

$$7 \cdot 3 = \underline{\underline{21}}$$

Najmanj 21 zabojev.



11. Na sliki je graf eksponentne funkcije f s predpisom $f(x) = 3^{x+1} - 1$. Zapišite presečišči grafa funkcije f z abscisno in ordinatno osjo. Izračunajte presečišče grafov dane eksponentne funkcije f in funkcije g s predpisom $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} - 1$.



$$f(x) = 3^{x+1} - 1$$

$$g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} - 1$$

SEKA X OS: M(-1, 0)

SEKA y OS: N(0, 2)

PRESEČIŠČE: $f(x) = g(x)$

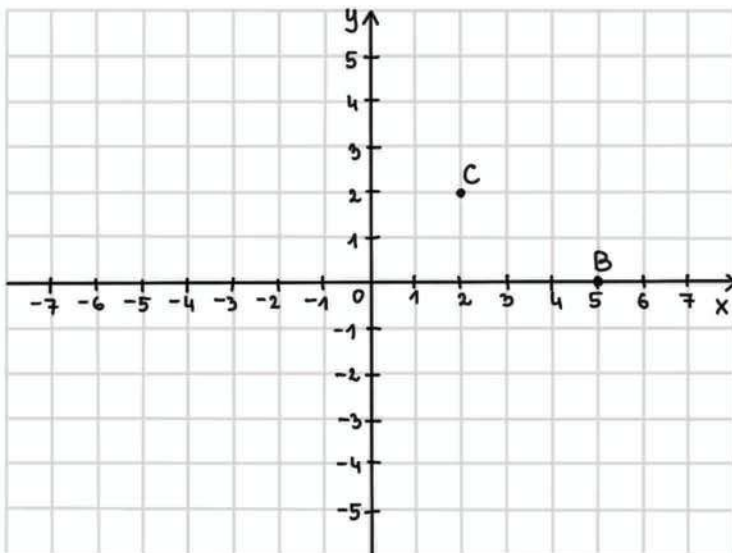
$$\begin{aligned} 3^{x+1} - 1 &= \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} - 1 \\ 3^{x+1} &= (3^{-1})^{x-3} \\ 3^{x+1} &= 3^{-x+3} \\ x+1 &= -x+3 \\ 2x &= 2 \quad /:2 \\ x &= 1 \\ y &= 3^{1+1} - 1 = 8 \end{aligned}$$

P(1,8)

znamza5si
S

2. DEL

1. V pravokotnem koordinatnem sistemu sta dani točki B in C.



1.1. Napišite enačbo premice skozi točki B in C ter izračunajte presečišče te premice z ordinatno osjo.

$$B(5,0) \quad C(2,2)$$

$x_1 \ y_1 \quad x_2 \ y_2$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{2 - 5} = -\frac{2}{3}$$

$y = kx + m$
vstaviš eno točko
in k ter
izračunaš m

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$y = kx + m$$

$$0 = -\frac{2}{3} \cdot 5 + m$$

$$0 = -\frac{10}{3} + m$$

$$m = \frac{10}{3}$$

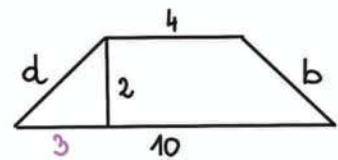
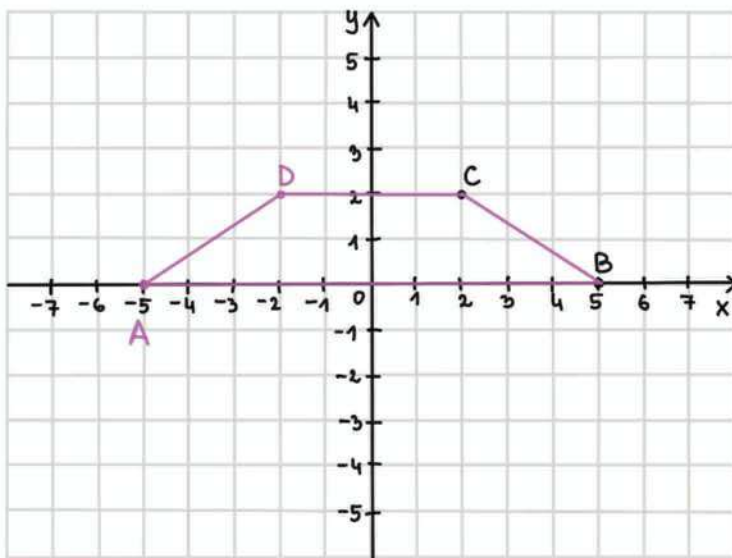
$$\underline{\underline{y = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}}}$$

PRESEČIŠČE Z ORDINATNO OSJO: vstavim $x=0$

$$y = -\frac{2}{3} \cdot 0 + \frac{10}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\underline{\underline{P(0, \frac{10}{3})}}$$

1.2. Točki B in C preizkalite čez ordinatno os v točki A in D, tako da nastane enakokraki trapez ABCD. Izračunajte obseg in ploščino trapeza ABCD.



$$d^2 = 2^2 + 3^2 = 13$$

$$d = \sqrt{13}$$

$$b = \sqrt{13}$$

$$\sigma = 10 + \sqrt{13} + 4 + \sqrt{13} = \underline{\underline{14 + 2\sqrt{13}}}$$

$$S = \frac{10+4}{2} \cdot 2 = \underline{\underline{14}}$$

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot n$$

znamza5si

2. V Sloveniji so kategorizirani športniki razvrščeni v 134 športnih panog.

2.1. V spodnji preglednici je predstavljeno število kategoriziranih športnikov za leto 2019, pri čemer so športne panoge združene v devet področij. V štirih praznih poljih preglednice manjkajo podatki. Izračunajte manjkajoče podatke in jih napišite v preglednico.

ŠPORTNO PODROČJE	ŠTEVILO KATEG. ŠPORTNIKOV	RELATIVNA FREKVENCA f_k^o
Vodni športi	795	0,113
Zimski športi	707	0,101
Borilni športi in športi z orožjem	785	0,112
Športi z žogo	2438	0,347
Aletika in gimnastika	922	0,131
Športi z loparjem	295	0,042
Avto-moto športi in letalstvo	164	0,023
Kolesarjenje	186	0,027
Drugi športi	734	0,104
SKUPAJ	7026	1

$$\text{Zimski športi: } \frac{707}{7026} = \underline{\underline{0,101}}$$

$$\text{Športi z loparjem: } 0,042 \cdot 7026 = \underline{\underline{295}}$$

$$\text{Kolesarjenje: } 7026 - 795 - 707 - 785 - \dots - 734 = \underline{\underline{186}}$$

$$1 - 0,113 - 0,101 - 0,112 - \dots - 0,104 = \underline{\underline{0,027}}$$



2.2. Ob svetovnem dnevu športa bodo v Kranjski gori organizirali prireditve, na kateri bo sodelovalo 12 kategoriziranih športnikov. Ob komcu prireditve jih bo 8 ma voljo za fotografiranje z obiskovalci. Izračunajte, koliko različnih skupin po 8 športnikov lahko oblikujejo sodelujoči športniki.

Od 12 sodelujočih športnikov se trije ukvarjajo z zimskimi športi, štiri s športi z žogo, dva z vodnimi športi in trije s kolesarjenjem. Izračunajte verjetnost, da so vsi štiri športniki, ki se ne bodo fotografirali, z različnih športnih področij.

vsi
 $\binom{12}{8} = \underline{495}$
 fotografirali

$$n = \binom{12}{4} = 495$$

$$m = \binom{3}{1} \binom{4}{1} \binom{2}{1} \binom{3}{1} = 72$$

$$P(A) = \frac{72}{495} = \underline{\underline{\frac{8}{55}}}$$



3. Dani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x) = \frac{4}{1-x^2}$ in $g(x) = -2x^2$.

3.1. Izračunajte začetno vrednost funkcije f . Zapišite enačbi napačnih asimptot in narišite graf funkcije f .

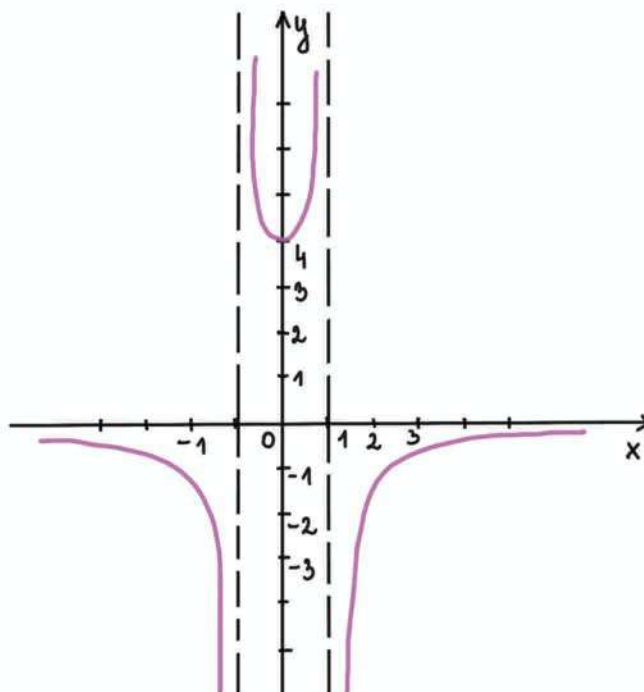
$$f(x) = \frac{4}{1-x^2} \quad \text{poli}$$

NIČLE: $4 \neq 0$
 ni ničel

POLI: $1-x^2 = 0$
 $(1+x)(1-x) = 0$
 $\underline{\underline{x_1 = -1, x_2 = 1}}$

ZAČETNA VREDNOST:

$$f(0) = \frac{4}{1-0^2} = \underline{\underline{4}}$$



3.2. Izračunajte abscisi presečišč grafov funkcij f in g .

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{4}{1-x^2} = -2x^2 \quad / \cdot (1-x^2) \quad x \neq -1, x \neq 1$$

$$4 = -2x^2(1-x^2)$$

$$4 = -2x^2 + 2x^4$$

$$0 = 2x^4 - 2x^2 - 4 \quad / : 2$$

$$0 = x^4 - x^2 - 2$$

$$0 = (x^2 - 2)(x^2 + 1)$$

$$\quad /$$
$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{x_1 = -\sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2}}}$$

znamza5si
