POTENCE Z NARAVNIMI EKSPONENTI

1. Produkt enakih faktorjev zapiši s potenco.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

c) $\frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10}$

d) $4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9}$

e) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

f) $ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab$

g) $xy \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot xy \cdot xy \cdot x \cdot x$

h) $2a \cdot 3b \cdot 2a \cdot 3b \cdot 6ab$

2. Izračunaj.

a) 2^3

b) $(-1)^6$

c) $(-5)^3$

d) 3^2

e) $(-3)^2$

f) -3^2

g) $(1\frac{2}{7})^3$

h) $-(\frac{3}{4})^4$

3. Izračunaj.

a) $2^4 + (-3)^4 + (-4)^3 - (-5)^2$

b) $5^4 - (-4)^3 \cdot (11 - 2^3) + 6 \cdot (1^5 - 3^5)$

c) $((-4)^5 + 1^8) \cdot (2^5 - 12) + (17 - 17)^{10} - (-1)^{16}$

d) $((-5)^3 + (-6)^2)(-1)^5 - ((-3)^4 (-2) - (-7)^2)$

e) $(-\frac{5}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^3 \cdot (-\frac{4}{5})^2$

f) $(-7)^2 - (-1)^{120} \cdot ((-8)^2 - (-3)^3 \cdot (-1)^{35}) \cdot (-2)^2 - (-9)^2$

4. Zapiši kot potenco.

a) $4^3 \cdot 4^7$

b) $8^{15} \cdot 8^{14}$

c) $(-9)^{13} \cdot (-9)^6$

d) $(-8)^5 \cdot (-8)^7$

e) $13^4 \cdot (-13)^{31}$

f) $16^{10} \cdot (-16)^{30}$

g) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^{12} \cdot a^{13}$

h) $b^9 \cdot b^6 \cdot b^7$

i) $(-c)^7 \cdot (-c)^{12}$

j) $x \cdot 7(-y)^9 \cdot 3(-x)^4 \cdot (-y)^{23} \cdot 2x^{35}$

k) $4a^8 \cdot (-b)^{10} \cdot 5a^9 \cdot (-b)^{17} \cdot 3a^{29} (-b)^2$

znamzasi

5. Poenostavi.

a) $a^m \cdot a^5$

b) $a^{m+1} \cdot a^{m-1}$

c) $a^{m+3} \cdot a^m \cdot a^{m-5}$

d) $(-a)^{m+2} \cdot (-a)^{3m-2}$

e) $(-a)^{3m+1} \cdot a^{m+5} \cdot (-a)^{m+4}$

6. Zapiši kot potenco.

a) $(27)^3$

b) $(3^4)^8$

c) $((-11)^8)^{15}$

d) $((-9)^{12})^3$

e) $((\frac{1}{3})^2)^{10}$

f) $((-5)^5)^7$

g) $(x^3)^6$

h) $((-x)^4)^8$

i) $((-y)^5)^4$

j) $((-a)^7)^9$

k) $(a^2 b^3)^4$

l) $(x^3 y z^2)^9$

znamzasi

7. Poenostavi.

a) $(x^4y^5)^4\,(2x^7y^6)^3$

b) $(a^8b^4)^3\,(3a^3b^5)^2$

c) $(-2a^5b^2)^3\,(a^6b^4)^4$

d) $(-x)^3\,(-x^3)\,(-2x^2)\,(-2x)^2$

e) $4\cdot(-(-x^4)^5y^7)^3\,(-5\,(-x^6y)^2)^3$

f) $(-2a^4b^5)^5\,(-a^3b^4c^8)^3\,((ac)^4b^2)^3$

8. Poenostavi.

a) $4^{m+1}+4^m$

b) $3^{m+2}-4\cdot3^{m+1}+2\cdot3^m$

c) $7^{m+1}-6\cdot7^m-15\cdot7^{m-1}$

d) $a^{m+2}-2a^{m+1}+8a^{m-3}$

9. Za katere $a\in\mathbb{N}$ je število $3\cdot2^{2005}$ večje od $a\cdot2^{2004}$?

10. Ali velja enakost $16^m+4^m=17\cdot4^m$?

REŠITVE

1. a) 3^4 b) $(-2)^7$ c) $(\frac{7}{10})^3$ d) $(4\frac{2}{9})^5$ e) a^6 f) $(ab)^8$

g) x^7y^6 h) $2^3 \cdot 3^3 a^3 b^3 = (6ab)^3$

2. a) 8 b) 1 c) -125 d) 9 e) 9 f) -9

g) $\frac{729}{343}$ h) $-\frac{81}{256}$

3. a) 8 b) -635 c) -20461 d) 300 e) $-\frac{10}{27}$ f) -180

4. a) 4^{10} b) 8^{29} c) $(-9)^{19}$ d) $(-8)^{12}$ e) $(-13)^{35}$ f) 16^{40}

g) a^{30} h) b^{22} i) $(-c)^{19}$ j) $42x^{40}y^{32}$ k) $-60a^{46}b^{29}$

5. a) a^{m+5} b) a^{2m} c) a^{3m-2} d) a^{4m} e) $-a^{5m+10}$

6. a) 2^{21} b) 3^{32} c) 11^{120} d) 9^{36} e) $(\frac{1}{3})^{20}$ f) -5^{35}

g) x^{18} h) x^{32} i) y^{20} j) $-a^{63}$ k) a^8b^{12} l) $x^{27}y^9z^{18}$

7. a) $8x^{37}y^{38}$ b) $9a^{30}b^{22}$ c) $-8a^{39}b^{22}$ d) $-8x^{10}$

e) $-500x^{96}y^{27}$ f) $32a^{41}b^{43}c^{36}$

8. a) $5 \cdot 4^m$ b) -3^m c) $-8 \cdot 7^{m-1}$ d) $a^{m-3}(a^5 - 2a^4 + 8)$

9. $a = 1, 2, 3, 4, 5$

10. NE

REŠITVE PO KORAKIH

1. Produkt enakih faktorjev zapiši s potenco.

a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$
(1 2 3 4)

prešteješ trojke

$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ faktorjev}}$

b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^7$

c) $\frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \left(\frac{7}{10}\right)^3$
(1 2 3)

ulomek daš OBVEZNO v oklepaj

$\left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{10 \cdot 10 \cdot 10}$

ker je oklepaj sta oba na 3

$\frac{7^3}{10} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{10}$ samo 7 je na tretjo

Velja tudi za minuse.

$(-a)^3 = (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$

$-a^3 = -a \cdot a \cdot a$

d) $4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} \cdot 4\frac{2}{9} = \left(4\frac{2}{9}\right)^5$

e) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$
(1 2 3 4 5 6)

f) $ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab = (ab)^8$

ker sta oba na 8 je oklepaj OBVEZEN

$(xy)^3 = xy \cdot xy \cdot xy$

$xy^3 = x \cdot y \cdot y \cdot y$

samo y je na 3

znamzasi

g) $xy \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot xy \cdot xy \cdot x \cdot x = \underline{\underline{x^7y^6}}$

prešteješ x in y

h) $2a \cdot 3b \cdot 2a \cdot 3b \cdot 6ab = 2a \cdot 3b \cdot 2a \cdot 3b \cdot 2 \cdot 3\, ab = 2^3 \cdot 3^3 \cdot a^3 \cdot b^3 =$

($6 = 2 \cdot 3$)

Ker so vsi na 3 jih lahko združiš

$= (2 \cdot 3 \cdot a \cdot b)^3 = \underline{\underline{(6ab)^3}}$

2. Izračunaj.

a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = \underline{\underline{8}}$

3 členi

b) $(-1)^6 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1 \cdot 1 \cdot 1 = \underline{\underline{1}}$

c) $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = \underline{\underline{-125}}$

++ → +
−− → +
+− → −

d) $3^2 = 3 \cdot 3 = \underline{\underline{9}}$

e) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = \underline{\underline{9}}$

f) $-3^2 = -3 \cdot 3 = \underline{\underline{-9}}$

Ker minus ni v oklepaju ga samo prepišeš

$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$
oba (minus in 4) sta na 3

$-4^3 = -4 \cdot 4 \cdot 4$
samo 4 je na 3, minus prepišeš

g) $\left(1\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{9}{7}\right)^3 = \frac{9 \cdot 9 \cdot 9}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \underline{\underline{\frac{729}{343}}}$

h) $-\left(\frac{3}{4}\right)^4 = -\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \underline{\underline{-\frac{81}{256}}}$

3. Izračunaj.

a) $2^4 + (-3)^4 + (-4)^3 - (-5)^2 = 16 + 81 - 64 - 25 = \underline{\underline{8}}$

najprej potenciraš in nato sešteješ oz. odšteješ

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
$(-3)^4 = -3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$
$(-4)^3 = -4 \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$
$(-5)^2 = -5 \cdot (-5) = 25$

VRSTNI RED
1. potenciranje
2. množenje, deljenje
3. seštevanje, odštevanje

b) $5^4 - (-4)^3 \cdot (11 - 2^3) + 6 \cdot (1^5 - 3^5) =$

oklepaj ima prednost tudi v oklepaju najprej potenciraš

Oklepaj ima prednost.

$= 5^4 - (-4)^3 \cdot (11 - 8) + 6 \cdot (1 - 243) =$

$= 625 - \underline{(-64) \cdot 3} + \underline{6 \cdot (-242)} =$

$= 625 + 192 - 1452 = \underline{\underline{-635}}$

SODI EKSPONENT: minus izgine

c) $((-4)^5 + 18) \cdot (25 - 12) + (17 - 17)^{10} - (-1)^{16} =$

$-4 \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -1024$

ta minus ostane

$(-1)^{16} = 1$
$(-1)^{17} = -1$

$= (-1024 + 1) \cdot (32 - 12) + 0^{10} - 1 =$

$= -1023 \cdot 20 + 0 - 1 = -20460 - 1 = \underline{\underline{-20461}}$

d) $((-5)^3 + (-6)^2) \cdot (-1)^5 - ((-3)^4 (-2) - (-7)^2) =$

$= (-125 + 36) \cdot (-1) - (81 \cdot (-2) - 49) =$

$= \underline{-89 \cdot (-1)} - (-162 - 49) = 89 - (-211) = 89 + 211 = \underline{\underline{300}}$

znamzasi

e) $(-\frac{5}{2})^3 \cdot (\frac{1}{3})^3 \cdot (-\frac{4}{5})^2 =$

$= -\frac{125}{8} \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{16}{25} =$

$= -\frac{125 \cdot 1 \cdot 16 \cdot 5 \cdot 2}{8 \cdot 27 \cdot 25 \cdot 1 \cdot 1} = -\frac{10}{27}$

$(-\frac{5}{2})^3 = (-\frac{5}{2}) \cdot (-\frac{5}{2}) \cdot (-\frac{5}{2}) = -\frac{125}{8}$

$(\frac{1}{3})^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

$(-\frac{4}{5})^2 = -\frac{4}{5} \cdot (-\frac{4}{5}) = \frac{16}{25}$

f) $(-7)^2 - (-1)^{120} \cdot ((-8)^2 - (-3)^3 \cdot (-1)^{35}) \cdot (-2)^2 - (-9)^2 =$

(120: SODI: izgine; 35: LIHI: ostane)

$= 49 - 1 \cdot (64 - (-27) \cdot (-1)) \cdot 4 - 81 =$

$--- \rightarrow -$

$= 49 - 1 \cdot (64 - 27) \cdot 4 - 81 =$

$= 49 - 1 \cdot 37 \cdot 4 - 81 = 49 - 148 - 81 = \underline{-180}$

znamzasi

4. Zapiši kot potenco.

a) $4^3 \cdot 4^7 = 4^{3+7} = \underline{4^{10}}$

b) $8^{15} \cdot 8^{14} = 8^{15+14} = \underline{8^{29}}$

c) $(-9)^{13} \cdot (-9)^6 = (-9)^{13+6} = \underline{(-9)^{19}}$

d) $(-8)^5 \cdot (-8)^7 = (-8)^{5+7} = \underline{(-8)^{12}}$

e) $13^4 \cdot (-13)^{31} = -13^{4+31} = \underline{-13^{35}}$ → lahko tudi $(-13)^{35}$

(31: LIHI: ostane)

f) $16^{10} \cdot (-16)^{30} = 16^{10+30} = \underline{16^{40}}$

(30: SODI: izgine)

g) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^{12} \cdot a^{13} = a^{2+3+12+13} = \underline{a^{30}}$

h) $b^9 \cdot b^6 \cdot b^7 = b^{9+6+7} = \underline{b^{22}}$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
eksponente sešteješ

i) $(-c)^7 \cdot (-c)^{12} = (-c)^{7+12} = \underline{\underline{(-c)^{19}}}$

j) $x \cdot 7(-y)^9 \cdot 3(-x)^4 \cdot (-y)^{23} \cdot 2x^{35} =$

(SODI: izgine)

$= 7 \cdot 3 \cdot 2 x^1 \cdot x^4 \cdot x^{35} (-y)^9 (-y)^{23} =$

$= 42 x^{1+4+35} (-y)^{9+23} = 42x^{40}(-y)^{32} = \underline{\underline{42x^{40}y^{32}}}$

znam za 5!

k) $4a^8 \cdot (-b)^{10} \cdot 5a^9 \cdot (-b)^{17} \cdot 3a^{29} (-b)^2 =$

$= 4 \cdot 5 \cdot 3\, a^8 \cdot a^9 \cdot a^{29} (-b)^{10} (-b)^{17} (-b)^2 =$

$= 60\, a^{8+9+29} (-b)^{10+17+2} = 60a^{46}(-b)^{29} = \underline{\underline{-60a^{46}b^{29}}}$

(LIHI: minus ostane, daš ga naprej)

5. Poenostavi.

a) $a^m \cdot a^5 = \underline{\underline{a^{m+5}}}$

eksponente sešteješ (enako bot če bi bile samo številke)

b) $a^{m+1} \cdot a^{m-1} = a^{m+1+m-1} = \underline{\underline{a^{2m}}}$

c) $a^{m+3} \cdot a^m \cdot a^{m-5} = a^{m+3+m+m-5} = \underline{\underline{a^{3m-2}}}$

d) $(-a)^{m+2} (-a)^{3m-2} = (-a)^{m+2+3m-2} = (-a)^{4m} = \underline{\underline{a^{4m}}}$

(SODI EKSPONENT: ker je večkratnik števila 4)

e) $(-a)^{3m+1} \cdot a^{m+5} \cdot (-a)^{m+4} = a^{m+5} (-a)^{3m+1+m+4} =$

$= a^{m+5} (-a)^{4m+5} = -a^{m+5+4m+5} = \underline{\underline{-a^{5m+10}}}$

$4m+5$ je liho število: $4m + 5 = \underbrace{4m+4}_{\text{SODO}} + 1$ SODO + 1 = LIHO

6. Zapiši kot potenco.

a) $(2^7)^3 = 2^{7\cdot 3} = \underline{\underline{2^{21}}}$

b) $(3^4)^8 = 3^{4\cdot 8} = \underline{\underline{3^{32}}}$

c) $((-11)^8)^{15} = (-11)^{8\cdot 15} = (-11)^{120} = \underline{\underline{11^{120}}}$

d) $((-9)^{12})^3 = (-9)^{12\cdot 3} = (-9)^{36} = \underline{\underline{9^{36}}}$

e) $((\frac{1}{3})^2)^{10} = (\frac{1}{3})^{2\cdot 10} = \underline{\underline{(\frac{1}{3})^{20}}}$

f) $((-5)^5)^7 = (-5)^{5\cdot 7} = (-5)^{35} = \underline{\underline{-5^{35}}}$ (LIHI)

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$ eksponente zmnožiš

SODI: minus izgine
LIHI: minus ostane

g) $(x^3)^6 = x^{3\cdot 6} = \underline{\underline{x^{18}}}$

h) $((-x)^4)^8 = (-x)^{4\cdot 8} = (-x)^{32} = \underline{\underline{x^{32}}}$

i) $((-y)^5)^4 = (-y)^{5\cdot 4} = (-y)^{20} = \underline{\underline{y^{20}}}$

j) $((-a)^7)^9 = (-a)^{7\cdot 9} = (-a)^{63} = \underline{\underline{-a^{63}}}$

k) $(a^2b^3)^4 = a^{2\cdot 4}b^{3\cdot 4} = \underline{\underline{a^8b^{12}}}$

l) $(x^3yz^2)^9 = x^{3\cdot 9}y^9z^{2\cdot 9} = \underline{\underline{x^{27}y^9z^{18}}}$

znamza5si

7. Poenostavi.

a) $(x^4y^5)^4(2x^7y^6)^3 =$

$= x^{4\cdot 4}y^{5\cdot 4}\cdot 2^3x^{7\cdot 3}y^{6\cdot 3} =$

$= x^{16}y^{20}\cdot 2^3x^{21}y^{18} = 8x^{16+21}y^{20+18} =$

$= \underline{\underline{8x^{37}y^{38}}}$

1. potenciraš
2. množiš

b) $(a^8b^4)^3\,(3a^3b^5)^2 =$

$= a^{8\cdot3}b^{4\cdot3}\cdot 3^2 a^{3\cdot2}b^{5\cdot2} =$

$= a^{24}b^{12}\cdot 9a^6b^{10} = 9a^{24+6}b^{12+10} = \underline{\underline{9a^{30}b^{22}}}$

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$
$a^m\cdot a^n = a^{m+n}$

c) $(-2a^5b^2)^3\,(a^6b^4)^4 = (-2)^3a^{15}b^6\cdot a^{24}b^{16} =$

$= -8a^{15+24}\,b^{6+16} = \underline{\underline{-8a^{39}b^{22}}}$

d) $(-x)^3\cdot(-x^3)(-2x^2)(-2x)^2 = -x^3\cdot(-x^3)\cdot(-2x^2)\cdot 4x^2 = \underline{\underline{-8x^{10}}}$

oba sta na 3 — samo x je na 3

$(-x)^3 = (-x)\cdot(-x)\cdot(-x)$
$-x^3 = -x\cdot x\cdot x$

$-2x^2 = -2\cdot x\cdot x$
$(-2x)^2 = (-2x)\cdot(-2x) = 4x^2$

e) $4\cdot(-(-x^4)^5y^7)^3\,(-5(-x^6y)^2)^3 =$

SODI

$= 4\,(-(-x^{20})y^7)^3\,(-5x^{12}y^2)^3 = 4\,(x^{20}y^7)^3\cdot(-5)^3x^{36}y^6 =$

$= 4x^{60}y^{21}\cdot(-125)x^{36}y^6 = -500x^{60+36}y^{21+6} = \underline{\underline{-500x^{96}y^{27}}}$

f) $(-2a^4b^5)^5\,(-a^3b^4c^8)^3\,((ac)^4b^2)^3 =$

LIHI LIHI najprej notranjega

$= (-2^5a^{4\cdot5}b^{5\cdot5})(-a^{3\cdot3}b^{4\cdot3}c^{8\cdot3})(a^4c^4b^2)^3 =$

$= (-2^5a^{20}b^{25})(-a^9b^{12}c^{24})\cdot a^{12}c^{12}b^6 =$

$- - \longrightarrow +$

$= 32\,a^{20+9+12}\,b^{25+12+6}\,c^{24+12} =$

$= \underline{\underline{32a^{41}b^{43}c^{36}}}$

8. Poenostavi.

a) $4^{m+1} + 4^m = 4^m(4^1 + 1) = 4^m \cdot 5 = \underline{\underline{5 \cdot 4^m}}$

izpostavis 4^m

$4^{m+1} = 4^m \cdot 4^1$

b) $3^{m+2} - 4 \cdot 3^{m+1} + 2 \cdot 3^m = 3^m(3^2 - 4 \cdot 3^1 + 2 \cdot 1) =$

$= 3^m(9 - 12 + 2) = 3^m \cdot (-1) = \underline{\underline{-3^m}}$

c) $7^{m+1} - 6 \cdot 7^m - 15 \cdot 7^{m-1} = 7^{m-1}(7^2 - 6 \cdot 7^1 - 15 \cdot 1) =$

$7^{m-1} \cdot 7^2 = 7^{m-1+2} = 7^{m+1}$

$= 7^{m-1}(49 - 42 - 15) = 7^{m-1} \cdot (-8) = \underline{\underline{-8 \cdot 7^{m-1}}}$

d) $a^{m+2} - 2a^{m+1} + 8a^{m-3} = \underline{\underline{a^{m-3}(a^5 - 2a^4 + 8)}}$

9. Za katere $a \in \mathbb{N}$ je število $3 \cdot 2^{2005}$ večje od $a \cdot 2^{2004}$?

$3 \cdot 2^{2005} = 3 \cdot 2^{2004+1} = 3 \cdot 2^1 \cdot 2^{2004} = 6 \cdot 2^{2004}$

$6 \cdot 2^{2004} > a \cdot 2^{2004} \quad / : 2^{2004}$

$6 > a$

$\underline{\underline{a = 1, 2, 3, 4, 5}}$

$a \in \mathbb{N}$

naravno število

10. Ali velja enakost $16^m + 4^m = 17 \cdot 4^m$?

$16^m = (4^2)^m = 4^{2m} = 4^{m+m} = 4^m \cdot 4^m$

$16^m + 4^m = 4^m \cdot 4^m + 4^m = 4^m(4^m + 1)$

$\underline{\underline{NE}}$